

FACULTÉ DE MÉDECINE DE PARIS

ANNÉE 1963.

THÈSE

N° 912

POUR LE

DOCTORAT EN MÉDECINE

(Diplôme d'État)

PAR

Jean-Claude SUIFFET

Né le 9 juin 1937 à Fréjus (Var)

Ancien Externe des Hôpitaux de Paris.

Présentée et soutenue publiquement le 1963

QUELQUES ELEMENTS
DE CALCUL MATRICIEL EN OPTIQUE PARAXIALE
ET EN DIOPTRIQUE OCULAIRE ET LEURS
APPLICATIONS AUX PROTHESES CORRECTRICES.

Président :

Monsieur L. GOUGEROT,

Professeur

EDITIONS A.G.E.M.P. - 8 RUE DANTE - PARIS V°



Digitized by the Internet Archive
in 2026

FACULTÉ DE MÉDECINE DE PARIS

ANNÉE 1963.

THÈSE

N°

POUR LE

DOCTORAT EN MÉDECINE

(Diplôme d'État)

PAR

Jean-Claude SUIFFET

Né le 9 juin 1937 à Fréjus (Var)

Ancien Externe des Hôpitaux de Paris.

Présentée et soutenue publiquement le

QUELQUES ELEMENTS
DE CALCUL MATRICIEL EN OPTIQUE PARAXIALE
ET EN DIOPTRIQUE OCULAIRE ET LEURS
APPLICATIONS AUX PROTHESES CORRECTRICES.



Président : Monsieur L. GOUGEROT,

Professeur

EDITIONS A.G.E.M.P. - 8 RUE DANTE - PARIS V°

PROFESSEURS HONORAIRES :

MM. Alajouanine (T.), Aubin (A.), Bénard (H.), Bulliard (H.), Cadenat (F.), Chabrol (E.), Debré (R.), Fey (B.), Galliard (H.), Gastinel (P.), Halphen (E.), Hazard (R.), Heuyer (G.), Lantuejoul (P.), Laroche (G.), Lavier (G.), Lévy-Solal (E.), Lian (C.), Mathieu (P.), Mocquot (P.), Monod (R.), Moreau (R.), Moulouguet (P.), Mouquin (M.), Olivier (E.), Pasteur Valléry-Radot, Petit-Dutaillis (D.), Piédelièvre (R.), Quénu (J.), Richet (C.), Senèque (J.), Strohl (A.), Tanon (L.), Verne (J.).

DOYEN Léon BINET.

Membre de l'Institut

1^{er} ASSESSEUR } Gaston CORDIER

2^e ASSESSEUR } Paul CASTAIGNE

I. — PROFESSEURS

1^o CHAIRES DE SCIENCES FONDAMENTALES

a) Professeurs titulaires :

MM.

Anatomie	DELMAS (A.)
Anatomie pathologique	DELARUE (J.)
Anesthésiologie	BAUMANN (J.)
Biochimie médicale	{ JAYLE (M.-F.)
	{ SCHAPIRA (G.)
Biologie appliquée à l'Education physique et aux Sports	CHAILLEY-BERT (P.)
Biologie médicale	FAUVERT (R.)
Cancérologie médicale et sociale	BERNARD (J.)
Embryologie	TUCHMANN (H.)
Histoire de la médecine et de la chirurgie (Lariboisière)	JOANNON (P.)
Histologie	GIROUD (A.)
Hygiène et médecine préventive	BOYER (J.)
Médecine du Travail	DESOILLE (H.)
Médecine légale	DEROBERT (L.)
Microbiologie (Bactériologie et virologie)	FASQUELLE (R.)
Parasitologie	BRUMPT (L.-C.)
Pathologie chirurgicale	LAURENCE (G.)
Pathologie exotique	N...
Pathologie expérimentale et comparée	MERKLEN (F.-P.)
Pathologie médicale	N...
Pathologie respiratoire	TURIAF (J.)
Pathologie et thérapeutique générales	BOUDIN (G.)
Pharmacologie	CHEYMOL (J.)
	{ BINET (L.)
Physiologie	{ BARGETON (D.)
Physiologie et pathologie obstétricale	LEPAGE (F.)
	{ DOGNON (A.)
Physique médicale	{ DJOURNO (A.)
Radiologie médicale	DESGREZ (H.)
Technique chirurgicale et Chirurgie expérimentale	CAUCHOIX (J.)
Thérapeutique	CONTE (M.)
Thérapeutique appliquée	LAMOTTE (M.)

b) Professeurs à titre personnel :

Biochimie médicale	{ DESGREZ (P.)
	{ POLONOVSKI (J.)
Biologie médicale	BOURLIÈRE (F.)
Hygiène et médecine préventive	DEPARIS (M.)
Pharmacologie	LÉVY (M ^{lle} J.)
Physiologie	PARROT (J.)
Physique médicale	KELLERSHOHN (L.)

2° CHAIRES DE SCIENCES CLINIQUES

a) Professeurs titulaires :

Clinique carcinologique chirurgicale (Necker)	REDON (H.)
Clinique cardiologique (Broussais)	SOULIÉ (P.)
Cliniques chirurgicales	Beaujon LORTAT-JACOB (J.-L.)
	Cochin LEGER (L.)
	Cochin ABOULKER (P.)
	Hôtel-Dieu PATEL (J.)
	Pitié CORDIER (G.)
	Saint-Antoine GOSSET (J.)
Clinique de chirurgie infantile et orthopédique (Enfants-Malades)	Salpêtrière SICARD (A.)
	Tenon OLIVIER (Cl.)
Clinique chirurgicale orthopédique et traumatologique (Cochin)	FÈVRE (M.)
Clinique de chirurgie cardio-vasculaire (Broussais)	MERLE d'AUBIGNÉ (R.)
Clinique de chirurgie pleuro-pulmonaire (Laennec)	GAUDART d'ALLAINES (F. de)
Clinique endocrinologique (Pitié)	MATHEY (J.)
Clinique de Génétique médicale (Enfants-Malades)	DECOURT (J.)
Clinique gynécologique (Broca)	LAMY (M.)
Clinique des maladies cutanées et syphilitiques (Saint-Louis)	HUGUIER (J.)
Clinique des maladies des Enfants (Enfants-Malades)	DEGOS (R.)
Clinique des maladies infectieuses (Claude-Bernard)	CATHALA (J.)
Clinique des maladies mentales et de l'encéphale (Sainte-Anne)	MOLLARET (P.)
Clinique des maladies métaboliques (Necker)	DELAY (J.)
Clinique des maladies du sang (Broussais)	HAMBURGER (J.)
Clinique des maladies du système nerveux (Salpêtrière)	MARCHAL (G.)
Cliniques médicales	GASTAIGNE (P.)
	Boucicaut MILLIEZ (P.)
	Broussais LENÈGRE (J.)
	Cochin JUSTIN-BESANÇON (L.)
	Cochin BROUET (G.)
	Hôtel-Dieu BARIÉTY (M.)
	Lariboisière SÈZE (S. de)
Clinique d'hydrologie et de climatologie (Bichat)	Pitié DREYFUS (G.)
	Saint-Antoine KOURILSKY (R.)
Clinique médicale propédeutique (Broussais)	DEBRAY (C.)
Clinique médico-sociale du diabète sucré et des maladies de la nutrition (Hôtel-Dieu)	GENNES (L. de)
Clinique de neuro-chirurgie (Pitié)	DEROT (M.)
Clinique neurologique (Salpêtrière)	DAVID (M.)
Cliniques obstétricales	GARCIN (R.)
	Baudelocque LACOMME (M.)
Clinique obstétricale et gynécologique (Port-Royal)	Foch (Suresnes) MERGER (R.)
	VARANGOT (J.)
Clinique ophtalmologique (Hôtel-Dieu)	RENARD (G.)
Clinique oto-rhino-laryngologique (Lariboisière)	AUBRY (M.)
Clinique de pédiatrie et de puériculture (Saint-Vincent-de-Paul)	LELONG (M.)
Clinique de pédiatrie sociale (Enfants-Malades)	MARIE (J.)
Clinique de pneumo-phthisiologie (Laennec)	BERNARD (E.)
Clinique de neuro-psychiatrie infantile (Salpêtrière)	MICHAUX (L.)
Clinique de rhumatologie médicale et sociale (Cochin)	GOSTE (F.)
Clinique stomatologique (Pitié)	DECHAUME (M.)
Clinique thérapeutique chirurgicale (Vaugirard)	ROUX (M.)
Clinique thérapeutique médicale (Saint-Antoine)	LEMAIRE (A.)
Clinique toxicologique	GAULTIER (M.)
Clinique chirurgicale orthopédique et traumatologique	PADOVANI (P.)
Sémiologie médicale	DOMART (A.)
Sémiologie et clinique chirurgicales	POILLEUX (F.)
Clinique urologique (Necker)	COUYELAIRE (R.)
Hygiène et clinique de la première enfance (Trousseau)	TURPIN (R.)

b) Professeurs à titre personnel :

Médecine	BOUR (M.)
	LHERMITTE (F.)
	PEQUIGNOT (M.)

II. — PROFESSEURS SANS CHAIRE, PROFESSEURS AGRÉGÉS ET MAÎTRES DE CONFÉRENCES - AGRÉGÉS

	MM.
Anatomie	CABROL (C.) COUINAUD (C.) GILLOT (C.) OLIVIER (G.) pr. s. ch.
Anatomie pathologique	GAUTHIER-VILLARS (Mlle P.) pr. s. ch. ABELANET (R.) GHOMETTE (G.) GOUYGOU (Ch.), m. conf. NEZELOFF (Ch.) ORCEL (L.) PAILLAS (J.)
Anesthésiologie	KERN (E.) VOURC'H (G.) BARBIER (P.) pr. s. ch.
Bactériologie	CHRISTOL (D.) LE MINOR (L.) TOURNIER (P.)
Biochimie médicale	BAULIEU Et. m. conf. BOURILLON (R.) CARTIER (P.) DREYFUS (J.-Cl.) GONNARD (P.) KRUI (J.) JEROME (H.)
Biologie appliquée à l'Éducation Physique et aux Sports	PLAS (F.)
Carcinologie	BOIRON (M.) DENOIX (P.) MATHE (G.) SELIGMANN (M.)
Dermato-Syphiligraphie	CIVATTE (J.) DUPERRAT (B.)
Electro-Radiologie	LEDoux-LEBARD (G.) BESSIS (M.) BILSKI-PASQUIER (G.)
Hématologie	DAUSSET (J.) DUHAMEL (G.)
Histologie	COUJARD (R.), pr. s. ch. MAROIS (M.) RACADOT (J.)
Hydrologie	BESANÇON (F.) CORNET (A.)
Hygiène	BOYER (J.), pr. s. ch. BLANCHER (G.) CORRE-HURST (Mme L.) SAPIN-JALLOUSTRE (H.)
Maladies infectieuses	BASTIN (R.) Pr. s. ch. DUPONT (V.)
Médecine légale	FOURNIER (E.) GUENIOT (M.) HADENGUE (A.)
Médecine du travail	ALBAHARY (C.)
Neuro-chirurgie	PERTUISET (B.)
Neurologie	LAPRESLE (J.) GRANJON (A.) HERVET (E.) LE LORIER (G.) LEVY (J.) MORIN (P.)
Obstétrique	MUSSET (R.) ROBEY (M.) SENEZE (J.) SUREAU (C.) THOYER-ROZAT (J.) BRÉGEAT (P.)
Ophthalmologie	DUBOIS (A.) SARAUX (H.)

	MM.
Orthopédie	JUDET (R.) MEARY (R.) POSTEL (M.) RAMADIER (J.)
Oto-rhino-Laryngologie	DEBAIN (J.) PIALOUX (P.)
Parasitologie	GOLVAN (Y.) LAPIERRE (J.)
Pathologie chirurgicale	BARGAT (J.) BINET (J.-P.) GERBONNET (G.) CHATELIN (C.-L.) DUBOST (Ch.) DUBOST (Cl.) FAUREL (J.) FLABEAU (F.) GARBAÏ (M.) GARNIER (H.) (Cl. de) GAUDART-d'ALLAINES GERMAIN (A.) LATASTE (J.) LOYGUE (J.) MERCADIER (M.) NATALI (J.) PELLERIN (D.) PERROTIN (J.) ROBERT (H.) THOMERET (G.)
Pathologie exotique	SCHNEIDER (J.)
Pathologie expérimentale	BENHAMOU (J.-P.) BERTHAUX (P.) BOIVIN (P.) CROSNIER (J.) HARTMANN (L.) LÉPER (J.) Pr. s. ch. MAURICE (J.) MIKOL (Cl.) RICHEL (G.)
Pathologie médicale	AUSSANNAIRE (M.) BOUVIER (J.) BOUVRAIN (Y.) BRICAIRE (H.) BRISAUD (H.) BROCARD (H.) BUGE (A.) CATINAT (J.) CHRÉTIEN (J.) COBLENTZ (B.) CONTAMIN (F.) COURY (C.) ÉTIENNE (J.-P.) FREZAL (J.) FRITEL (D.) HENNEQUET (A.) HIMBERT (J.) HOUSSET (E.) LAROCHÉ (Cl.) LESOBRE (R.) LEVEQUE (B.) MACREZ (C.) MOREAU (L.) NICK (J.) ROYER (P.) TOURNEUR (R.) WOLFROMM (R.)
Pédiatrie-Puériculture	LAFOURCADE (J.) LEPERCQ (G.) MANDE (R.) MOZIGRACI (P.) POLONOVSKI (G.) ROSSIER (A.) VIALATTE (J.)

	MM.
Pharmacologie	{ BOISSIER (J.) LECHAT (P.) BARRES (G.) DEJOURS (P.) pr. s. ch.
Physiologie	{ DURAND (J.) GIRARD m. conf. HUGELIN (A.) SCHERRER (J.) CHANTEUR (J.) GOUGEROT (L.), m. conf. pr. s. ch.
Physique médicale	{ GREMY (F.) m. conf. MILHAUD (G.) PELLERIN (P.) ROUCAYROL (J.-Cl) TUBIANA (M.) m. conf.
Pneumo phtisiologie	{ KREIS (B.) MEYER (A.) RENAULT (P.)

	MM.
Psychiatrie	PICHOT (P.)
Psychiatrie infantile	{ DENIKER (P.) DUCHE (D.) FLAVIGNY (H.)
Rhumatologie	DELBARRE (F.) pr. s. ch.
Stomatologie	{ CERNEA (P.) CHAPUT (M ^{me} A.) m. c. agr. GRELLET (M.)
Thérapeutique	{ CHASSAGNE (P.) MARCHE (J.)
Urologie	{ AUVERT (J.) MOULONGUET (A.) QUENU (L.)

III. — PROFESSEURS SANS CHAIRE ET AGRÉGÉS CHARGÉS DE COURS DE CLINIQUE ANNEXE à titre permanent.

	MM.
Anatomie	DEBEYRE (J.)
Clinique chirurgicale	VERNE (J.-M.)
Clinique médicale	{ PERRAULT (M.) RAMBERT (P.) THIEFFRY (S.)
Clinique obstétricale	{ GRASSET (J.) MAYER (M.)

	MM.
Clinique ophtalmologique	{ DESVIGNES (P.) OFFRET (G.)
Clinique pédiatrique et pué- riculture	LAPLANE (R.)
Clinique psychiatrique	BARUK (H.)
Clinique urologique	KUSS (R.)

IV. — PROFESSEURS DÉTACHÉS DANS LES UNIVERSITÉS ÉTRANGÈRES

Bactériologie	HAUDUROY (P.) Pr. s. ch.
Pathologie chirurgicale	RUDLER (J.) Pr. s. ch.

V. — CHARGÉS DE COURS D'HYGIÈNE SCOLAIRE ET UNIVERSITAIRE		
Secrétaire général de la Faculté	M. LENA (J.)	{ BOLTANSKI (E.) LAUNAY (G.)
Secrétaire principal	Mlle CHAINTREUIL (G.)	
Conservateur en Chef de la Bibliothèque	{ M. le Docteur HAHN (A.)	{ Mmes CONTET (J.), FORGET (F.), Mlle LAURENT (H.)
Conservateur du Musée d'Histoire de la Médecine		
Conservateurs	Mlles DUMAITRE (P.), LE NOIR (G.), QUIÉVREUX (E.)	
Bibliothécaire		

Par délibération en date du 9 décembre 1798, l'Ecole a arrêté que les opinions émises dans les dissertations qui lui seront présentées, doivent être considérées comme propres à leurs auteurs et qu'elle n'entend leur donner aucune approbation ni improbation.

A MES PARENTS,

Qui encouragèrent mes études,

En témoignage de ma profonde
reconnaissance et de ma respec-
tueuse affection.

A Monsieur le Professeur GOUGEROT,
Professeur à la Faculté de Médecine de Paris,

Qui nous a fait le très grand honneur
d'accepter la présidence de cette
thèse,

Hommages respectueux,

A Madame R. J. KOCH,
Professeur à l'Institut d'Optique,

Qui nous a inspiré le sujet de cette
thèse et nous a beaucoup aidé,

En témoignage de notre affectueuse
reconnaissance.

INTRODUCTION

Certains auteurs ont signalé l'intérêt que présente l'utilisation du calcul matriciel en optique et particulièrement dans l'étude de l'approximation de Gauss, où l'on suppose que l'on s'écarte suffisamment peu de l'axe du système optique soit en distance soit en orientation pour que les grandeurs définissant l'espace image soient des fonctions linéaires de celles de l'espace objet. Ainsi, à un point objet correspond un point image unique, et réciproquement. Cela se traduit entre les abscisses x et x' de ces points par une correspondance algébrique et biunivoque soit par une relation homographique de la forme

$$axx' + bx + cx' + d = 0 \quad \text{où}$$

a, b, c, d désignent quatre constantes définies à un facteur près.

Le caractère de linéarité de l'optique paraxiale peut être traduit par le calcul matriciel qui présente l'avantage de condenser le raisonnement et les calculs.

° ° °

Rappelons brièvement la définition d'une matrice carrée d'ordre n : c'est un tableau formé de n lignes et de n colonnes comprenant donc n^2 quantités disposées comme suit :

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

La seule propriété des matrices dont nous ayons besoin pour ce qui suit est relative à la multiplication. On définit le produit de deux matrices d'ordre n comme une troisième matrice d'ordre n également tel qu'un terme quelconque c de la troisième s'obtienne à partir des a de la même ligne dans la première et des b de la même colonne dans la deuxième, par la somme de leurs produits deux à deux :

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix}$$

$$c_{11} = a_{11} b_{11} + a_{12} b_{21}$$

$$c_{12} = a_{11} b_{12} + a_{12} b_{22}$$

$$c_{21} = a_{21} b_{11} + a_{22} b_{21}$$

$$c_{22} = a_{21} b_{12} + a_{22} b_{22}$$

On retrouve là le caractère de linéarité entre les quantités a , b , et c .

o o o

Les propriétés d'un instrument d'optique sont connues si l'on peut définir les grandeurs caractérisant le rayon de l'espace image en fonction des paramètres correspondants, autrement dit si l'on connaît la matrice de transfert entre l'espace objet et l'espace image.

Nous écrirons cette matrice dans quelques cas particulier d'optique paraxiale applicables à la dioptrique oculaire tels que : origines aux sommets, origines frontales arrière, points principaux, en réduisant chaque fois quelques paramètres intéressants et nous donnerons quelques applications pratiques à l'oeil emmétrope, à la correction de l'amétropie et de l'anisétropie et au calcul des lentilles de cornée.

En particulier, nous considérerons le cas de systèmes optiques présentant deux plans de symétrie orthogonaux, ces systèmes étant couramment utilisés en dioptrique oculaire pour la correction de l'astigmatisme.

RAPPEL DE QUELQUES NOTIONS SUR L'UTILISATION DU CALCUL MATRICIEL EN OPTIQUE PRAXIALE

I. - Réfraction pour un dioptre

Considérons un dioptre de surface S , séparant deux milieux d'indice de réfraction n_1 et n_2 .

Sa réfraction est traduite par la relation vectorielle :

$$n_2 \vec{i}_2 - n_1 \vec{i}_1 = \rho \vec{N}$$

en désignant par $\vec{i}_1$, $\vec{i}_2$ et $\vec{N}$ les vecteurs unitaires des rayons incident et réfléchi et de la normale avec

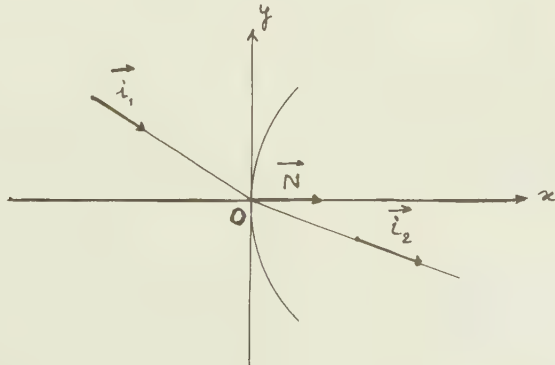
$$\rho = \rho \vec{N} \cdot \vec{N} = n_2 \vec{i}_2 \cdot \vec{N} - n_1 \vec{i}_1 \cdot \vec{N} = n_2 \cos i_2 - n_1 \cos i_1$$

i_1 , i_2 étant les angles d'incidence et de réfraction :

$$i_1 = (\vec{N}, \vec{i}_1) \quad , \quad i_2 = (\vec{N}, \vec{i}_2)$$

($\vec{N} \cdot \vec{N} = 1$, produit scalaire de deux vecteurs unitaires)

Pour rappeler cette formule, il suffit de considérer les coordonnées de $n_2 \vec{i}_2 - n_1 \vec{i}_1$ dans le plan d'incidence où l'axe des abscisses est confondu avec celui de la normale (Fig. I)



Elles ont pour valeur : $n_2 \cos i_2 - n_1 \cos i_1$
 et $n_2 \sin i_2 - n_1 \sin i_1$, et celles de $\vec{N}$: 1, 0

D'après la loi de Descartes : $n_2 \sin i_2 - n_1 \sin i_1 = 0$
 et par suite la résultante de $n_2 \vec{i}_2 - n_1 \vec{i}_1$ est portée
 par $\vec{N}$ et $p = n_2 \cos i_2 - n_1 \cos i_1$.

Plus généralement, en désignant par

$(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$, $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ et (p, q, r)

les cosinus directeurs des vecteurs unitaires $\vec{i}_1$, $\vec{i}_2$ et $\vec{N}$,

l'expression analytique des lois de la réfraction devient :

$$n_2 \alpha_2 - n_1 \alpha_1 = (n_2 \cos i_2 - n_1 \cos i_1) p$$

$$n_2 \beta_2 - n_1 \beta_1 = (n_2 \cos i_2 - n_1 \cos i_1) q$$

$$n_2 \gamma_2 - n_1 \gamma_1 = (n_2 \cos i_2 - n_1 \cos i_1) r$$

Soit O un point d'incidence sur le dioptre, Oz la normale,
 Ox et Oy deux directions perpendiculaires dans le plan tangent
 telles que le trièdre Oxyz soit trirectangle,

Sa distance z au plan tangent xOy d'un point de la surface,
 voisin de O, est un infiniment petit du deuxième ordre lorsque
 x et y sont du premier ordre et son développement en série peut
 s'écrire :

$$z = C_1 x^2 + C_2 y^2 + C_3 xy + \dots$$

Les paramètres directeurs de la normale de cette fonction :

$z = f(x, y)$ en sont les dérivées partielles :

$$2 C_1 x + C_3 y, \quad 2 C_2 y + C_3 x, \quad -1$$

On peut choisir les axes x et y tels que $C_3 = 0$: Ox
 et Oy sont alors les directions principales en O, dont les rayons
 de courbure sont respectivement : R_x et R_y

D'après le théorème de Dupin, les rayons de courbure prin-
 cipaux ont les valeurs :

$$R_x = \frac{1}{2 C_1} \quad \text{et} \quad R_y = \frac{1}{2 C_2}$$

L'équation prend la forme $z = \frac{x^2}{R_x} + \frac{y^2}{R_y}$
 et les cosinus directeurs de la normale seront :

$$p = \frac{x}{R_x} \quad , \quad q = \frac{y}{R_y} \quad , \quad z = -1$$

En incidence presque normale, on aura :

$$\vec{i}_1 \cdot \vec{N} = \vec{i}_2 \cdot \vec{N} = -1 \quad , \quad \cos i_2 = \cos i_1 = -1$$

Les lois de Descartes se traduisent dans ce cas par les relations :

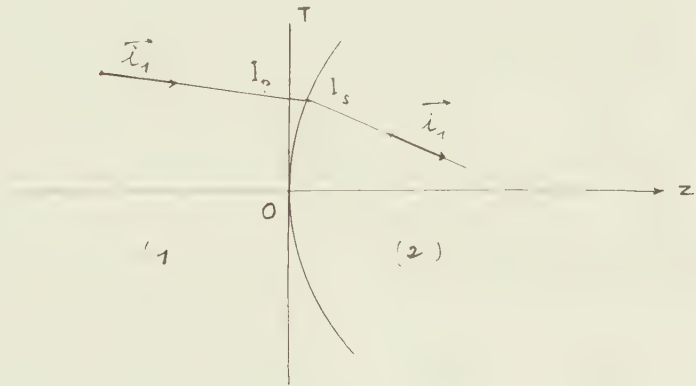
$$n_2 \alpha_2 - n_1 \alpha_1 = - (n_2 - n_1) \frac{x}{R_x}$$

$$n_2 \beta_2 - n_1 \beta_1 = - (n_2 - n_1) \frac{y}{R_y}$$

Un rayon incident dans le milieu 1 est défini par ses cosinus directeurs $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ et par son intersection

$I_p (h_1, k_1, 0)$ avec le plan tangent en O à la surface.

(Fig. 2)



L'approximation de Gauss revient à confondre la surface avec le plan tangent en O et par suite les coordonnées du point d'incidence I_s seront pratiquement égales à celles de I_p .

Le rayon réfracté dans le milieu 2 est défini par ses cosinus directeurs $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ et par le même point $I_s \simeq I_p$ que nous désignerons par $(h'_2, k'_2, 0)$

En résumé, on peut définir le rayon réfracté en fonction du rayon incident par les équations suivantes :

$$n_2 \alpha_2 = n_1 \alpha_1 - \frac{n_2 - n_1}{R_x} h_1 \quad (1)$$

$$n_2 \beta_2 = n_1 \beta_1 - \frac{n_2 - n_1}{R_y} k_1 \quad (2)$$

$$\text{Or,} \quad h'_2 = h_1 \quad (3)$$

$$k'_2 = k_1 \quad (4)$$

α_2 et β_2 sont donc des fonctions linéaires de α_1, h_1 et β_1, k_1

D'où en notation matricielle :

$$\begin{vmatrix} h_2 \\ n_2 \alpha_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n_2 - n_1}{R_x} & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} h_1 \\ n_1 \alpha_1 \end{vmatrix} \quad \text{traduction de} \\ (1) \text{ et } (3)$$

$$\begin{vmatrix} k'_2 \\ n_2 \beta_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n_2 - n_1}{R_y} & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} k_1 \\ n_1 \beta_1 \end{vmatrix} \quad \text{traduction de} \\ (2) \text{ et } (4)$$

$$M = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n_2 - n_1}{R_x} & 1 \end{vmatrix} \quad \text{est la matrice de réfraction}$$

travers un dioptre, soit

$$M = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -D & 1 \end{vmatrix}$$

D, puissance du dioptre pour le méridien considéré

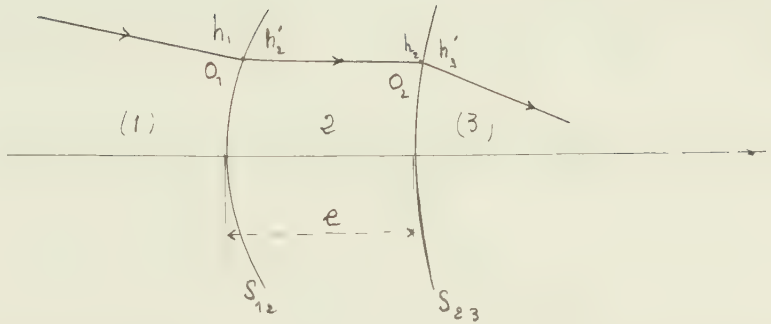
On voit que sur chaque méridien on obtient deux séries d'équations contenant les uns des termes en α, h et les autres k, β

Il suffit donc de faire le calcul pour un seul méridien. Les résultats avec les changements de symboles convenables seront applicables à l'autre méridien principal.

2. - Réfraction sur un système de deux dioptres ayant une normale commune et deux plans de symétrie.

Soient deux dioptres S_{12} et S_{23} séparant trois milieux 1, 2, 3 d'indice n_1, n_2, n_3 . (Fig. 3)

(Fig 3)



En suivant le faisceau dans ses réfractions successives on trouve de proche en proche les équations du dernier rayon réfracté en fonction du rayon incident.

La réfraction dans le premier dioptre est donnée par les équations précédentes.

Pour la deuxième réfraction, soit Q_2 le point d'incidence sur le deuxième dioptre et les axes parallèles aux premiers.

Si l'épaisseur du milieu 2 est e_2 , on a suivant les notations précédentes :

$$h_2 = h'_2 + \alpha_2 e_2 \quad (5)$$

$$k_2 = k'_2 + \beta_2 e_2$$

La réfraction en Q_2 , dans le deuxième dioptre est donnée par :

$$n_3 \alpha_3 = n_2 \alpha_2 - \frac{n_2 - n_3}{R_2} h_2 \quad (6)$$

$$h'_3 = h_2 \quad (7)$$

pour un méridien.

On voit que dans chaque milieu, chacune des quantités α, β, h, k prises dans l'ordre où elles se présentent lorsqu'on suit le rayon lumineux est une fonction linéaire homogène de celles qui la précèdent.

En notation matricielle, la réfraction sur un système de deux dioptres ayant deux plans de symétrie sera représentée par les matrices suivantes :

pour le premier dioptre :

$$\begin{vmatrix} h'_2 \\ n_2 \alpha_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_{12} & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} h_1 \\ n_1 \alpha_1 \end{vmatrix}$$

Pour le milieu de transition, d'après (5) :

$$\begin{vmatrix} h_2 \\ n_2 \alpha_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & \frac{e_2}{n_2} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} h'_2 \\ n_2 \alpha'_2 \end{vmatrix}$$

Pour le deuxième dioptre, d'après (6) et (7) :

$$\begin{vmatrix} h'_3 \\ n_3 \alpha_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_{23} & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} h_2 \\ n_2 \alpha_2 \end{vmatrix}$$

D'où

$$\begin{vmatrix} h'_3 \\ n_3 \alpha_3 \end{vmatrix} = M \begin{vmatrix} h_1 \\ n_1 \alpha_1 \end{vmatrix}$$

avec

$$M = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_{23} & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \frac{e_2}{n_2} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_{12} & 1 \end{vmatrix}$$

M est le produit des matrices de réfraction et de transition dans l'ordre inverse de la succession des réfractions et des milieux traversés.

D'où la matrice de transition générale, en désignant par δ l'épaisseur réduite $\frac{e}{n}$

$$M = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_2 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \delta \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_1 & 1 \end{vmatrix}$$

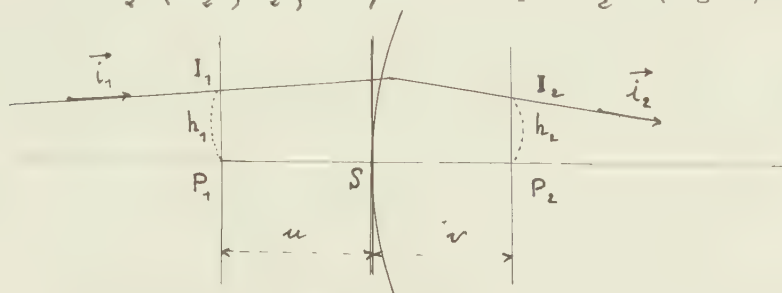
Ceci s'applique à un nombre quelconque de dioptres à condition que les plans principaux des différentes surfaces coïncident.

3. - Matrice de transfert pour un dioptre entre deux plans de référence perpendiculaires à l'axe.

Cela revient à définir la position des rayons incident et réfracté par les coordonnées de leur intersection avec ces plans distants de u et v du sommet du dioptre.

Le rayon incident est défini par ses cosinus directeurs et par son intersection $I_1 (h_1, k_1, 0)$ avec le plan P_1 ;

le rayon réfracté par ses cosinus directeurs et par son intersection $I_2 (h_2, k_2, 0)$ avec le plan P_2 (Fig. 4)



Il suffit d'ajouter une matrice de transition pour effectuer ce changement d'origine $\overline{SP_1} = u$, $\overline{SP_2} = v$

pour le milieu image $\begin{vmatrix} 1 & v \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

pour le milieu objet $\begin{vmatrix} 1 & -u \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

La matrice résultante entre ces deux plans sera :

$$M = \begin{vmatrix} 1 & v \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -u \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

En effectuant :

$$M = \begin{vmatrix} 1 - vD & v - (1 - vD)u \\ -D & 1 + Du \end{vmatrix}$$

et en posant $M = \begin{vmatrix} T_1 & T_2 \\ T_3 & T_4 \end{vmatrix}$ on peut en

déduire les éléments cardinaux du dioptre.

La relation de conjugaison est donnée par $T_2 = 0$ (h_2 ne dépend que de h_1) d'où $v - (1 - vD)u = 0$ soit $D = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}$

c'est-à-dire la classique formule de Descartes.

Pour ces deux points conjugués $h_2 = T_1 h_1$ d'où le grandissement $G = \frac{h_2}{h_1} = T_1 = 1 - vD$, $G = \frac{v}{u}$

T_1 est le grandissement linéaire si $T_2 = 0$.

$T_3 = -D$ ou puissance du système changée de signe .

$$T_4 = 1 + D u = \frac{u}{v} = \frac{1}{G} .$$

On pourrait trouver l'abscisse des foyers par les relations $T_1 = 0$ pour le foyer image (grandissement nul)

$T_2 = 0$ pour le foyer objet.

La matrice de transfert d'un dioptre entre deux plans conjugués est donc :

$$M = \begin{vmatrix} G & 0 \\ -D & \frac{1}{G} \end{vmatrix}$$

On vérifie dans ce cas, où il existe une relation de conjugaison, $T_1 T_4 - T_2 T_3 = +1$. Ces coefficients appelés coefficients de Gauss ne sont alors plus définis à un facteur près, comme dans la relation homographique initiale.

4. - Matrice de transfert pour une lentille

a) Dans le cas du plan tangent au sommet

$$M = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_1 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \delta \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_2 & 1 \end{vmatrix}$$

où D_1 et D_2 sont les puissances des deux dioptrés d'entrée et de sortie, et $\delta = \frac{e}{n}$ l'épaisseur réduite.

$$M = \begin{vmatrix} 1 - D_1 \delta & \delta \\ -(D_1 + D_2 - D_1 D_2 \delta) & 1 - D_2 \delta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_1 & T_2 \\ T_3 & T_4 \end{vmatrix}$$

On reconnaît $T_3 = -D$, D puissance de la lentille que l'on peut obtenir par la formule d'association .

b) Entre deux plans de référence

$$N = \begin{vmatrix} 1 & v \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} T_1 & T_2 \\ T_3 & T_4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -u \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} T_1 + T_3 v & -T_3 uv + T_4 v - T_1 u + T_2 \\ T_3 & T_4 - T_3 u \end{vmatrix}$$

Sa relation de conjugaison est : $-T_3 uv + T_4 v - T_1 u + T_2 = 0$

d'où
$$v = - \frac{T_1 u - T_2}{T_3 u - T_4}$$

Le grandissement linéaire $G = T_1 + T_3 v = \frac{1}{T_4 - T_3 u}$

Dans le cas de dioptries non sphériques, le grandissement linéaire varierait suivant la direction autour de l'axe ; on peut calculer en particulier G_x et G_y

$$T_3 = -D$$

Les plans principaux sont les plans de grandissement 1 :

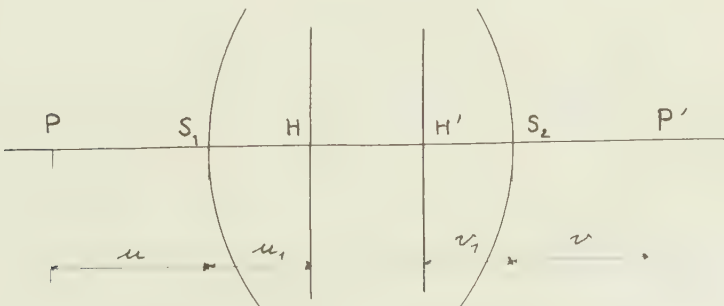
$$T_1 + T_3 v_1 = 1$$

d'où
$$v_1 = \frac{1 - T_1}{T_3}$$

et
$$T_4 - T_3 u = 1$$

d'où
$$u_1 = - \frac{1 - T_4}{T_3}$$

u_1 et v_1 sont les abscisses de ces points comptés à partir des sommets respectifs (Fig. 5)



c) Cas où les distances sont mesurées : partir des points principaux : cas des lentilles épaisses.

Soient z et z' les nouvelles abscisses réduites :

$\overline{HP}$ et $\overline{H'P'}$

$$u = \overline{S_1P} = \overline{HP} - \overline{HS_1} = z + u_1$$

$$\text{de même : } v = \overline{S_2P'} = \overline{H'P'} - \overline{H'S_2} = z' + v_1$$

La relation de conjugaison devient :

$$-T_3(z + u_1)(z' + v_1) + T_4(z' + v_1) - T_1(z + u_1) + T_2 = 0$$

$$\text{soit } -T_3 z z' + z' - z = 0$$

$$\text{D'où } \frac{1}{z} - \frac{1}{z'} = D$$

$$\text{et } G = 1 - T_3 z' = \frac{z}{z'}$$

formules bien connues.

La matrice de transfert entre deux plans conjugués est donc :

$$N = \begin{vmatrix} G & 0 \\ -D & \frac{1}{G} \end{vmatrix}$$

$$\text{et } M = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D & 1 \end{vmatrix} \quad \text{pour les plans principaux.}$$

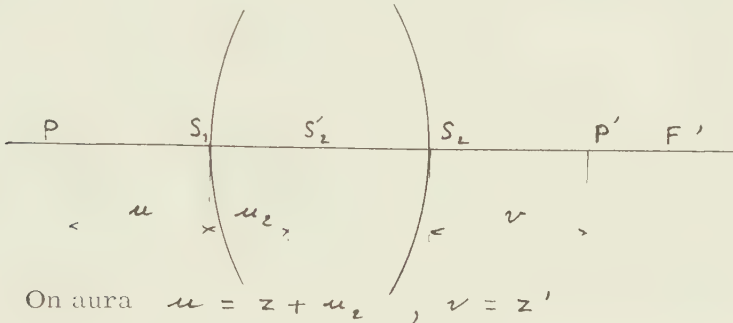
d) Cas où les origines sont des points conjugués particuliers
notations frontales

Ces notations sont couramment utilisées en optique ophtalmique. En effet, la seule puissance que nous ayons considérée jusqu'ici est la puissance vraie D_v qui s'obtient par la formule d'association.

Si la lentille est mince (verre divergent ou convergent faible) l'emploi de D_v est satisfaisant et la position du foyer image de la lentille qui doit coïncider avec le remotum de l'oeil amétrope considéré s'en déduit aisément, les plans principaux étant pratiquement confondus avec les sommets de la lentille. Par con-

contre, pour les lentilles épaisses (verre convergent épais), D_v ne suffit pas à situer le foyer-image car le plan principal image est inconnu et seul le calcul peut le déterminer. Pour éviter cet inconvénient, on fixe la position du foyer-image par rapport à un point concret : le sommet arrière de la lentille. D'où la puissance frontale arrière $D'_f = \frac{1}{S_e F'}$ utilisée dans l'emploi des verres correcteurs épais.

Ses nouvelles origines seront S_e , sommet arrière de la lentille et S'_e , son conjugué. (Fig. 6)



On aura $u = z + u_e$, $v = z'$

La relation de conjugaison devient alors :

$$-T_3(z + u_e)z' + T_4 z' - T_1(z + u_e) + T_2 = 0$$

soit $-T_3 z z' + z'(T_4 - T_3 u_e) - T_1 z = 0$

$$\text{On avait : } G = T_1 + T_3 v = \frac{1}{T_4 - T_3 u}$$

il vient, aux origines choisies ($u = u_e$, $v_e = 0$)

$$G = T_1 = \frac{1}{T_4 - T_3 u_e} = \frac{1}{g'}$$

g' est ce qu'on appelle le facteur frontal de la lentille ou facteur de forme ; g' est l'inverse du grandissement transversal G relatif aux origines.

En particulier, pour les origines frontales arrière utilisées en optique ophtalmique.

$$g' = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{1 - D_1 \delta}$$

La relation de conjugaison devient :

$$-T_3 z z' + g' z' - \frac{z}{g'} = 0$$

$$z' (g' - T_3 z) - \frac{z}{g'} = 0$$

$$\frac{1}{z'} = \frac{g'^2}{z} + g' D_v = \frac{g'^2}{z} + D_f',$$

formule de conjugaison en notation frontale en posant $g' D_v = D_f'$

La matrice de transfert d'une lentille en notations frontales est donc :

$$M = \begin{vmatrix} \frac{1}{g'} & 0 \\ -\frac{D}{g'} & g' \end{vmatrix}$$

En résumé, dans chaque cas particulier, le seul problème consistera à écrire la matrice de transfert entre les faces extrêmes du système, ce qui permettra d'explicitier les relations et d'en tirer les paramètres intéressants.

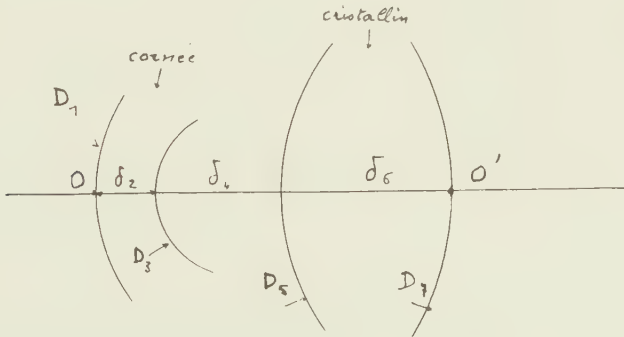
II. -

APPLICATIONS PRATIQUESI° - Application à l'oeil théorique non accommodé

Bien que l'hypothèse de l'approximation de Gauss ne soit pas rigoureusement applicable à l'oeil en vision courante (imprécision sur l'axe optique, $\frac{h}{R}$ et i grands en général) nous admettrons, comme en optométrie classique, que, dans certains cas (Oeil immobile et regardant suivant l'axe du verre) la dioptrique du premier ordre soit suffisante.

Rappelons le calcul pour l'oeil théorique non accommodé :

(Fig. 7)



D'après ce qui a été vu pour les dioptries, il suffit pour obtenir la matrice de transition, d'écrire le produit de l'ensemble des matrices de réfraction et de transition dans l'ordre inverse de la succession des réfractions et des milieux traversés.

$$M = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_7 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & d_6 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_5 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & d_4 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_3 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & d_2 \\ -D_3 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_1 & 1 \end{vmatrix}$$

en prenant les constantes de l'oeil théorique non accommodé.

$$D_1 = \text{puissance de la face antérieure de la cornée} = 48,346 \text{ dt}$$

$$\delta_2 = \text{épaisseur réduite de la cornée} = 0,55 \cdot 10^{-3} : 1,3771 = 3,994 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$D_3 = \text{puissance de la face postérieure de la cornée} = -6,108 \text{ dt}$$

$$\delta_4 = \text{épaisseur réduite de l'humeur aqueuse} = 3,05 \cdot 10^{-3} : 1,3374 \\ = 2,280 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$D_5 = \text{puissance de la face antérieure du cristallin} = 8,098 \text{ dt}$$

$$\delta_6 = \text{épaisseur réduite du cristallin} = 4 \cdot 10^{-3} : 1,42 \\ = 2,817 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$D_7 = \text{puissance de la face postérieure du cristallin} = -14 \text{ dt}$$

La matrice M est de la forme

$$\begin{vmatrix} T_1 & T_2 \\ T_3 & T_4 \end{vmatrix}$$

où T_1 et T_4 sont des nombres, T_2 une longueur en m et T_3 une puissance en dt

Après calcul des produits successifs :

$$T_1 = 0,7446$$

$$T_2 = 5,448 \cdot 10^{-3}$$

$$T_3 = -59,940$$

$$T_4 = 0,9044$$

On vérifié que le produit $T_1 T_4 - T_2 T_3 = +1$

On peut en déduire les éléments cardinaux de l'oeil considéré avec comme origine :

pour le milieu objet, le sommet antérieur de la cornée (dans l'air d'indice 1), point concret,

pour le milieu image, le sommet postérieur du cristallin qui peut être considéré comme fixe même lorsque l'oeil accommode, (dans l'humeur aqueuse d'indice $n = 1,336$)

D'après le calcul précédemment effectué pour une lentille, il vient :

- la puissance de l'oeil $= -T_3 = 59,94 \text{ dt}$

- l'abscisse u du foyer objet F est tel que le grandissement soit infini, d'où : $T_4 - T_3 u = 0$

$$u = \frac{T_4}{T_3} = -\frac{0,9044}{59,94} = -15,09 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

le point F est donc situé à 15,09 mm en avant de la cornée.

- l'abscisse u_1 du plan principal objet H est donnée par la relation :

$$u_1 = -\frac{1 - T_4}{T_3} = 1,595 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

H est situé à 1,595 mm en arrière de la cornée.

Pour le milieu image, l'abscisse v du foyer image F' est tel

$$\text{que : } T_1 + T_3 v = 0, \quad v = -\frac{T_1}{T_3} = 12,43 \cdot 10^{-3}$$

ceci représente l'abscisse réduite, l'abscisse réelle étant :

$n v = -n \frac{T_1}{T_3}$, ($n = 1,335$) et par rapport à la face antérieure de la cornée :

$$-n \frac{T_1}{T_3} + \delta_6 + \delta_4 + \delta_2$$

soit 24,20 mm en arrière du sommet de la cornée

ou 16,60 mm en arrière du cristallin.

De même, on pourrait calculer la position du plan principal image situé à 1,908 mm en arrière de la cornée ,

2° - Application à l'oeil théorique astigmaté

Supposons que toutes les surfaces de l'oeil soient de révolution avec les constantes admises pour l'oeil théorique à l'exception de la face antérieure de la cornée dont la zone optique n'est plus une calotte sphérique, mais un fragment de tore . On sait què dans ce cas, un pinceau lumineux, émis par une source ponctuelle dans un cône de petit angle solide, ne présente plus après réfraction une structure simple même si la source est voi-

sine de l'axe, mais deux aires d'amincissement perpendiculaires et entre elles ; les aires focales, et celles situées dans des plans perpendiculaires au rayon moyen du faisceau sont appelées focales de Sturm.

Supposons que l'angle d'incidence i de la ligne principale de visée sur la face antérieure de la cornée soit nul (en fait, il est de 3° en moyenne). Cette ligne de visée Oz qui passe par le point de fixation, supposé éloigné, et le centre de la pupille d'entrée est le rayon moyen du pinceau lumineux utile. Soient ox et oy les directions principales en O , point d'intersection de la ligne principale de visée et de la face antérieure de la cornée et r_x et r_y les rayons de courbures correspondants

Il est aisé de déterminer la position des focales de Sturm. Soit en effet un rayon incident situé dans une section principale ; la normale à la surface au point d'incidence de ce rayon est également dans le plan de la section principale, suivant une propriété importante des sections principales ; par suite, le réfracté restant aussi dans ce plan, va couper l'axe Oz et suit la même marche que pour un dioptré de révolution. Il en résulte que, dans chaque section principale, on peut appliquer l'approximation de Gauss et nous sommes ramenés au cas précédent.

L'astigmatisme cornéen A_c qui est en réalité l'astigmatisme de la face antérieure de la cornée est égal à la différence des puissances des deux méridiens principaux de la cornée $A_c = D_{1x} - D_{1y}$

L'expression $r = \frac{n'-1}{D_1}$ donne par différenciation :

$$dr = - \frac{n'-1}{D_1^2} dD_1 = - \frac{n'-1}{D_1^2} A_c$$

et par suite un astigmatisme cornéen de 1 dioptrie correspond à une différence de rayon de courbure entre les deux sections principales ($n' = 1,3771$)

$$dr = - \frac{0,3771}{(48,35)^2} = - 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

soit 0,16 mm.

- Dans le cas de l'oeil normal, la différence de courbure des deux méridiens de la cornée entraîne un astigmatisme physiologique de $(90^\circ, +0,50 \text{ à } 0,75 \text{ dt})$

celui-ci est normalement compensé par l'astigmatisme cristallinien: $(180^\circ, +0,50 \text{ à } 0,75 \text{ dt})$.

3° - Correction d'un oeil amétrope

A. - Verre de lunettes

Rappelons brièvement les calculs de la correction par verre de lunettes dans le cas simple d'une amétropie sphérique. Il suffit d'introduire les dioptries correcteurs devant l'oeil.

Soit $M = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ la matrice de transfert

d'un oeil amétrope entre le sommet antérieur de la cornée et le sommet postérieur du cristallin.

La matrice entre le remotum R (d'abscisse $x = \frac{1}{R}$) et la rétine r d'abscisse x' sera (Fig. 8)

$$\begin{vmatrix} 1 & x' \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -x \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{d'où : } \begin{vmatrix} a + cx' & -ax - cxx' + b + dx' \\ c & -cx + d \end{vmatrix}$$

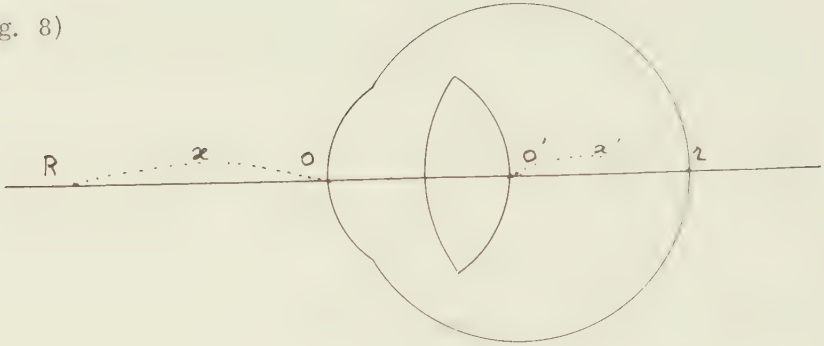
la relation de conjugaison est donnée par :

$$ax + cxx' - b - dx' = 0$$

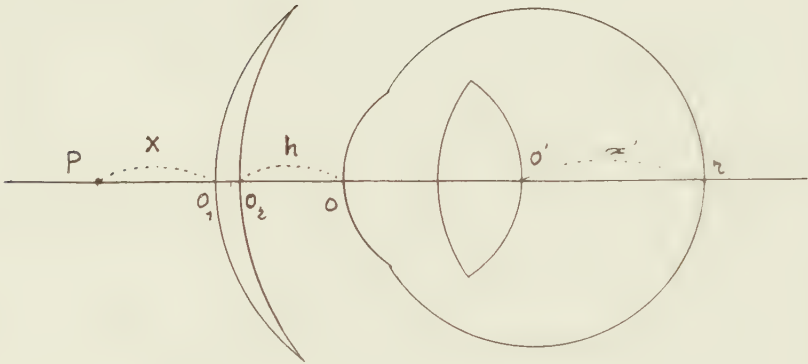
$$\text{soit } x'(cx - d) = -(ax - b)$$

$$x' = - \frac{ax - b}{cx - d}$$

(Fig. 8)



(Fig. 9)



- Condition de correction

Il faut que la longueur focale x'_f du système oeil-verre soit égale à x'_2 , distance entre l'origine image o' et le sommet de la rétine r

Soit
$$\begin{vmatrix} V_1 & V_2 \\ V_3 & V_4 \end{vmatrix}$$

la matrice de transfert du verre correcteur entre o_1 et o_2
et $\overline{o_2 o} = h$ (Fig. 9)

La matrice de transfert du système oeil-verre entre un point P d'abscisse $\overline{o_1 P} = X$, ($X = x + h$) et le point r , est :

$$\begin{vmatrix} T_1 & T_2 \\ T_3 & T_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x' \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_1 & V_2 \\ V_3 & V_4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -x \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

En effectuant et en posant : $\begin{vmatrix} 1 & h \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_1 & V_2 \\ V_3 & V_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_1 & m_2 \\ m_3 & m_4 \end{vmatrix}$

on trouve que l'abscisse du foyer image du système oeil-verre est :

$$x'_F = - \frac{a m_1 + b m_3}{c m_1 + d m_3}$$

La condition de correction s'écrit alors :

$$\frac{a m_1 + b m_3}{c m_1 + d m_3} = \frac{a x - b}{c x - d} = -x'_2$$

d'où la relation simple : $x_R = - \frac{m_1}{m_3}$

Mais $\frac{m_1}{m_3} = \frac{V_1}{V_3} + h$

- Pour un verre mince $\begin{vmatrix} V_1 & V_2 \\ V_3 & V_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D & 1 \end{vmatrix}$

d'où $\frac{m_1}{m_3} = -\frac{1}{D} + h = -x$ D'où $\frac{1}{D} = x + h$

et en posant $R = \frac{1}{x}$ proximité du remotum

il vient : $D = \frac{R}{1 + R h}$

- Ainsi, la valeur de correction D pour l'amétropie R est de même signe et toujours inférieure en valeur algébrique ($h > 0$)

$$\text{On en tire } R = \frac{D}{1 - D h}$$

On voit que h devra être calculé avec précision pour la correction des fortes amétropies.

- Pour un verre épais,

$$\begin{vmatrix} V_1 & V_2 \\ V_3 & V_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_2 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \delta \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$V_1 = 1 - D_1 \delta, \quad V_3 = -(D_1 + D_2 - \delta D_1 D_2) = -D_v$$

or $V_1 = 1 - D_1 \delta = \frac{1}{g}$, ; g' facteur frontal de la lentille ou facteur de forme.

$$V_3 = -D_v = \text{puissance globale ou vraie}$$

$$\text{D'où } \frac{V_1}{V_3} = -\frac{1}{g' D_r} = -\frac{1}{D'_p} = -(x+h) = -x$$

D'_p étant la puissance frontale arrière du verre correcteur

$$\text{D'où } D'_p = \frac{R}{1 + Rh}$$

La relation précédente permet de calculer la puissance du verre correcteur pour une distance donnée h (environ 12mm) et pour un verre de forme donnée (facteur g')

On voit que le facteur g' , proportionnel au grandissement angulaire, devra être pris en considération s'il s'agit de corriger l'anisétropie du sujet, c'est-à-dire égaliser les images rétinienne des deux yeux corrigés.

Le grandissement du système verre-œil est :

$$G = \frac{1}{T_4 - T_3 (x+h)}$$

Supposons que le verre correcteur soit mince et de puissance D

$$\begin{vmatrix} V_1 & V_2 \\ V_3 & V_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{il vient } T_4 &= ch + d \\ T_3 &= c - D(ch + d) \end{aligned}$$

$$\text{Or } D = \frac{1}{x+h}$$

$$\text{D'où } G = \frac{1}{c(h-x) + 2d}$$

Pour agrandir l'image rétinienne, le myope a intérêt à faire h minimum ; c'est le contraire pour l'hyperope. La distance h ne peut être inférieure à 12 mm car on est arrêté par les cils qui ne doivent pas frotter contre le verre et ne peut d'autre part être trop exagérée sans nuire à l'esthétique ni à la grandeur du champ du regard à travers le verre.

B. - Lentille de cornée

L'introduction de la lentille de cornée amène la formation d'un ménisque lacrymal qui neutralise presque totalement l'astigmatisme cornéen, principale cause d'astigmatisme oculaire.

L'astigmatisme cornéen $A_c = D_x - D_y = (n' - 1) \left(\frac{1}{r_x} - \frac{1}{r_y} \right)$ devient $A_o = (n' - n_o) \left(\frac{1}{r_x} - \frac{1}{r_y} \right)$

n_o indice des larmes = 1,336

n' indice de la cornée = 1,377

$$A_o = A_c \frac{n' - n_o}{n' - 1} = \frac{0,041}{0,377} A_c \approx \frac{A_c}{10}$$

Les lentilles cornéennes réduisent environ au dixième l'astigmatisme cornéen de sorte que dans la plupart des cas on est ramené à la correction d'une amétropie sphérique, mais mettent toutefois en évidence l'astigmatisme cristallinien normalement neutralisé par l'astigmatisme physiologique cornéen. On modifie légèrement la correction (surcorrection pour le myope, inversement pour l'hyperope) de façon à ce que la rétine reçoive un *cercle* de moindre diffusion : les focales du système lentille-oeil se trouvent alors devant et derrière la rétine, ce qui est confirmé par l'examen au rétinoscope. Il s'agit là d'un astigmatisme mixte, minime, n'altérant pratiquement pas la netteté de l'image, du moins dans les cas usuels où l'astigmatisme cristallinien est faible.

Soit $M = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ la matrice de transfert de l'oeil amétrope entre le sommet antérieur de la cornée et le sommet postérieur du cristallin

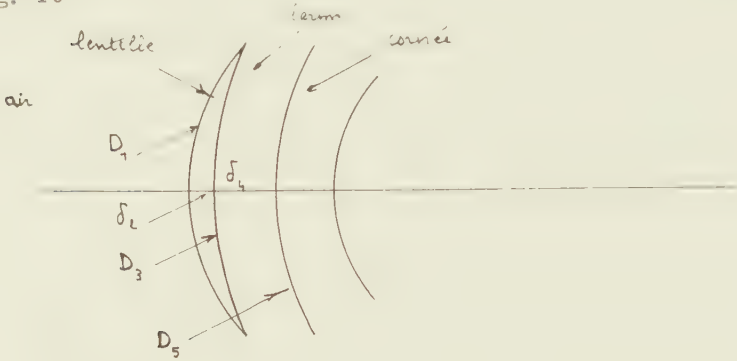
$$M = N \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_c & 1 \end{vmatrix}$$

N désignant l'ensemble du produit des six matrices de réfraction et de transition depuis la face postérieure du cristallin jusqu'à la face antérieure de la cornée (non comprise)

et D_c la puissance de celle-ci.

La lentille précornéenne entraîne une nouvelle série de milieux : air - lentille - larme - cornée...

Fig. 10



En désignant par r_1 et r_2 les rayons de courbure de la lentille correctrice d'indice n , (n_0 et n' les indices des larmes et de la cornée, de rayon de courbure r_c).

$$D_1 = \frac{n-1}{r_1}$$

$$D_3 = \frac{n_0-n}{r_2}$$

$$D_5 = \frac{n'-n_0}{r_c}$$

La matrice de transfert du système oeil-lentille entre le sommet antérieur de la lentille et la face postérieure du cristallin est donc :

$$M' = N \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_5 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \delta_4 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_3 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \delta_2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_1 & 1 \end{vmatrix}$$

Or

$$D_5 = \frac{n'-n_0}{r_c} = \frac{n'-1}{r_c} + \frac{1-n_0}{r_c} = D_c + D_5'$$

avec D_5' : puissance en dioptre fictif précornéen (larme, air)

$$\text{et } D_3 = \frac{n_0-n}{r_2} = \frac{n_0-1}{r_2} + \frac{1-n}{r_2} = D_3' + D_2$$

avec D_3' : puissance du dioptre rétro lenticulaire (air, larme)

D_2 : puissance de la face postérieure de la lentille par rapport à l'air.

On sait que

la matrice

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ x+y & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ x & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ y & 1 \end{vmatrix}$$

et par suite la matrice de transfert devient : $M' =$

$$N \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_c & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D'_5 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \delta \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D'_3 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_c & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \delta_2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$M = N \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \begin{vmatrix} L_1 & L_2 \\ L_3 & L_4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_1 & V_2 \\ V_3 & V_4 \end{vmatrix}$$

en désignant par

$$\begin{vmatrix} L_1 & L_2 \\ L_3 & L_4 \end{vmatrix}$$

la matrice du ménisque lacrymal

et par

$$\begin{vmatrix} V_1 & V_2 \\ V_3 & V_4 \end{vmatrix}$$

la matrice de la lentille correctrice

Et en posant

$$\begin{vmatrix} L_1 & L_2 \\ L_3 & L_4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_1 & V_2 \\ V_3 & V_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_1 & m_2 \\ m_3 & m_4 \end{vmatrix}$$

$$\text{il vient } M' = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \begin{vmatrix} m_1 & m_2 \\ m_3 & m_4 \end{vmatrix}$$

On trouve par un calcul analogue au système oeil-verre que l'abscisse du foyer image du nouveau système oeil-lentille est encore :

$$x'_F = - \frac{a m_1 + b m_3}{c m_1 + d m_3}$$

et par suite $x_R = - \frac{m_1}{m_3}$ pour que la condition de

de correction $x'_2 = - \frac{ax - b}{cx - d} = x'_F$ puisse être satisfaite.

Nous sommes donc ramenés au cas de la correction par un verre mais où la distance h serait nulle et le verre remplacé par l'ensemble ménisque lacrymal-lentille dont la puissance est égale au remotum de l'oeil amétrope.

L'épaisseur du ménisque lacrymal varie avec le sujet, avec l'abondance de la sécrétion lacrymale mais du fait de la tension superficielle de celle-ci reste négligeable

et à fortiori son épaisseur réduite (de l'ordre de 0,05 mm).

$$\text{Et par suite : } \begin{vmatrix} L_1 & L_2 \\ L_3 & L_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} D_0 \text{ puissance du ménisque lacrymal} &= D_5' + D_3' \\ (\text{par rapport à l'air}) &= (n_0 - 1) \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_c} \right) \end{aligned}$$

Cette puissance est, une fois les rayons de courbure cornéens connus par mesure à l'ophtalmomètre de Javal, fonction de celui de la face postérieure de la lentille.

Ce rayon, toujours plus grand que le plus grand des rayons de courbure de la cornée, intéresse avant tout le spécialiste car c'est de sa valeur que dépendra la tolérance de la prothèse. Trop grand, la lentille trop plate donnera une empreinte sur le sommet cornéen : fins piquetés diffus ou localisés prenant la fluoresceïne ; trop petit, la lentille trop serrée fait ventouse et déterminera des lésions de type aspiratif : petits éléments circulaires, isolés. C'est à l'adaptateur d'en apprécier la valeur exacte en fonction des rayons de courbure de la cornée de façon à assurer une inigation cornéenne suffisante par le film lacrymal.

Quoiqu'il en soit, le ménisque lacrymal est de puissance négative, d'où l'intérêt des lentilles de cornée par la correction de la myopie. Il présente de plus un astigmatisme contraire de celui de la cornée car fonction de la variation de $-\frac{1}{r_c}$.

Quant à l'épaisseur de la lentille, on peut la négliger s'il s'agit d'une lentille divergente ou de très faible convergence. Sa valeur moyenne est de 0,15 mm et l'épaisseur réduite d'environ 0,10 mm, l'indice n de la matière utilisée, en général du métacrylate de méthyle, valant 1,49.

$$\text{Dans ce cas } \begin{vmatrix} V_1 & V_2 \\ V_3 & V_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D & 1 \end{vmatrix}$$

D puissance de la lentille

$$\text{et par suite } \frac{m_1}{m_3} = \frac{1}{D_0 + D} = x = \frac{1}{R} ; D_0 + D = R$$

La puissance de la lentille correctrice dont le rayon de courbure de la face postérieure est déterminé est donc égale au remotum de l'oeil amétrope diminué de la puissance du ménisque lacrymal par rapport à l'air.

$$D = R - D_0$$

Dans le cas d'une lentille épaisse : fortes hyperopies

$$\text{aphakies, } \begin{vmatrix} V_1 & V_2 \\ V_3 & V_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_2 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \delta \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{et } \frac{V_1}{V_3} = -\frac{1}{D'_f}$$

D'_f = puissance frontale arrière de la lentille

$$D'_f = R - D_0$$

Le grandissement du système oeil-lentille est dans le cas d'une lentille mince

$$\text{où } \begin{vmatrix} m_1 & m_2 \\ m_3 & m_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -(D+D_0) & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{et où } \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -(D+D_0) & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a - b(D+D_0) & b \\ c - d(D+D_0) & d \end{vmatrix}$$

$$\text{égal à } G' = \frac{1}{[d(D+D_0) - c]x + d} = \frac{1}{-cx + 2d}$$

G'est en effet égal au grandissement G avec h nul.

Même dans le cas de lentilles^R d'aphaques, cette formule reste valable en première approximation car leur épaisseur réduite n'excédant pas 0,5 à 0,6 mm peut être négligée.

Signalons que selon qu'il s'agisse d'un type de lentille à un

seul rayon de courbure ou à plusieurs, plus ou moins préféré par les spécialistes, avec leurs risques propres, pour l'un risque de pression trop forte en un point de la cornée, pour l'autre risque d'asphyxie cornéenne plus redoutable par insuffisance d'irrigation lacrymale, la zone optique est toujours sphérique.

De semblables calculs pourraient s'appliquer au cas de la correction par verre scléral. Il faut alors considérer les épaisseurs du verre et du ménisque lacrymal. Nous n'insisterons pas sur ce mode de correction amené à disparaître, sauf dans de rares cas, du fait de la mauvaise oxygénation de la cornée, qui doit au moins consommer par jour son poids d'oxygène, malgré la présence d'une bulle d'air latérale d'ailleurs souvent gênante et surtout du fait de la fréquente opalescence du milieu lacrymal trop vaste pour être suffisamment renouvelé par la sécrétion des glandes lacrymales.

4° - Application au calcul de l'aniséiconie

La comparaison des grandissements G et G' correspondant aux deux systèmes verre-oeil et lentille-oeil et de celui de

l'oeil théorique non accommodé G_0 . $\left(G_0 = \frac{1}{T_4 - T_3} \right)$,

T_3 et T_4 ayant les valeurs calculées précédemment nous amène à parler de l'aniséiconie.

On désigne par ce terme toute inégalité entre les images corticales provenant des deux yeux. Soit inégalité objective d'origine optique le plus souvent, pouvant être due à des anomalies dioptriques de l'oeil ou aux verres correcteurs : les images sont alors physiquement différentes par anisométrie avant ou après correction, le cas limite étant celui de l'aphaque monoculaire ou par astigmatisme, la grandeur de l'image rétinienne varie selon la nature et le degré de l'amétropie et la distance h du verre à l'oeil.

Soit aussi inégalité subjective que l'on attribue aux différences dans les dimensions anatomiques des éléments de la rétine : les images sont physiquement égales mais perçues différentes.

Cette anomalie avait déjà retenu l'attention de nombreux auteurs au début du siècle parmi lesquels nous citerons Von Rohr en 1912 qui calcula les différences de grandeurs des images dans les cas d'aphaques et de fortes anisométries. Erggelet en 1932 signala que la correction de l'astigmatisme introduit des différences de grandeurs entre les images rétinienne, mais il estimait que dépassant rarement 5 %, elles étaient négligeables.

Du point de vue expérimental, plusieurs appareils ont été mis au point pour mesurer l'aniséiconie. Les plus intéressants sont ceux qui utilisent le sens stéréoscopique notamment le logoscope de Gramont et l'iconomètre spatail de Ogle.

Nous n'insisterons que sur l'aniséiconie théorique par anisométrie.

La comparaison des grandissements G et G' des systèmes verre-œil et lentille-œil

$$\frac{G'}{G} = \frac{c(h-x) + 2d}{-cx + 2d} = 1 + \frac{ch}{-cx + 2d} = 1 + \frac{ch}{-\frac{c}{R} + 2d}$$

nous montre que l'image du myope sera beaucoup plus grande (et celle de l'hyperope plus petite) avec des lentilles de cornée, et ceci d'autant plus que la distance h et la valeur absolue de R , proximité du rémotum, sont grandes.

En effet, en désignant par D la puissance de l'œil amétrope ($D = -c$), le rapport devient égal à

$$1 + \frac{Dh}{\frac{D}{|R|} - 2d}$$

pour un myope où toutes les quantités étant positives, ce rapport sera d'autant plus grand que h le sera et ce dernier fixé que la

valeur absolue du remotum sera élevée.

Pour l'hyperope, le rapport devient $1 - \frac{Dh}{\frac{D}{R} + 2d}$
et les conclusions inverses s'en déduisent.

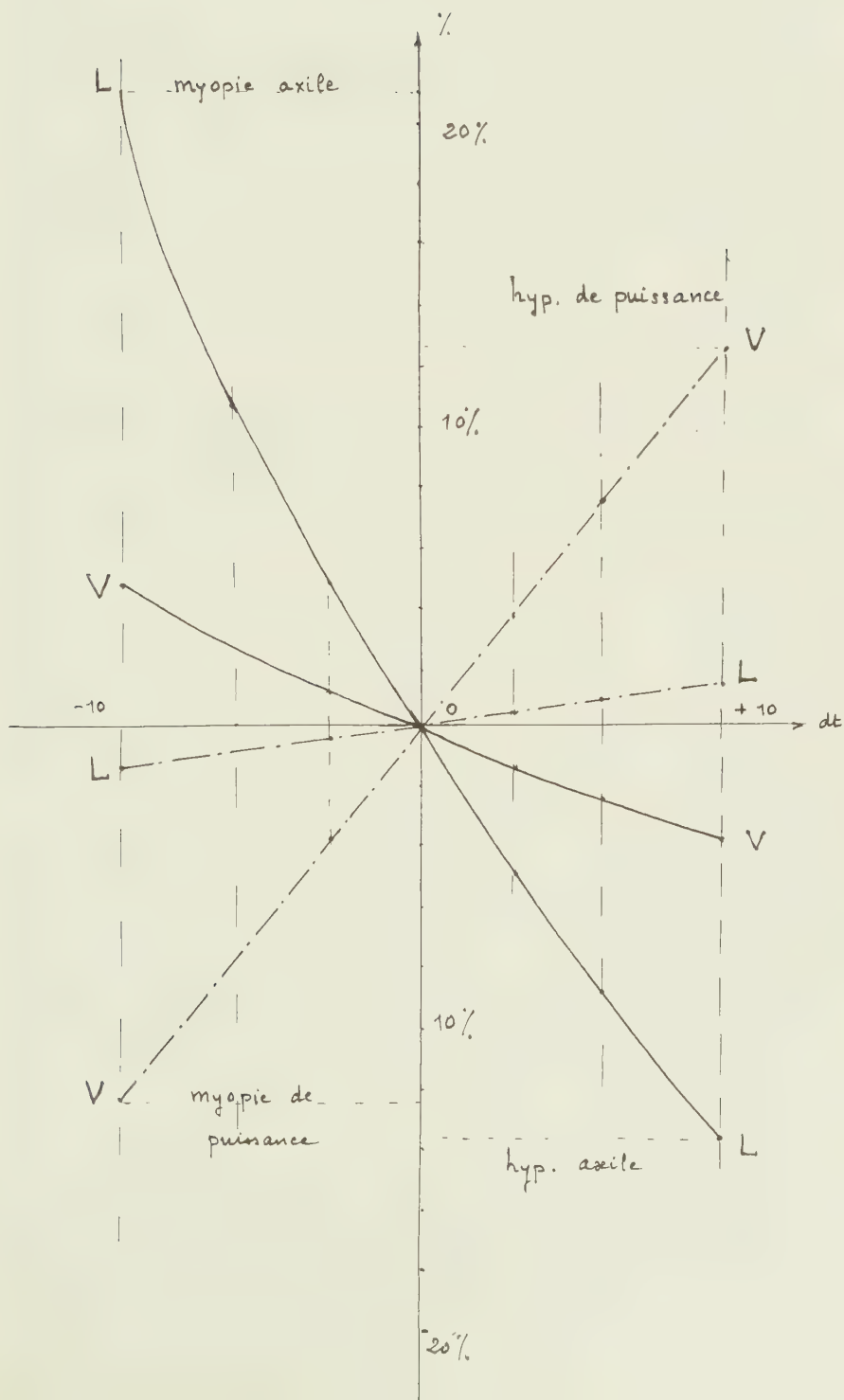
Ainsi, en supposant que les valeurs de c et d soient celles de l'oeil théorique non accommodé, ce qui est exact en cas d'amétropie axile, le rapport $\frac{G'}{G}$ prend les valeurs 1,07, 1,25 pour les myopies $R = -5$, $R = -12$, et les valeurs 0,95, 0,89 pour les hyperopies $R = +5$, et $R = +12$.

Enfin le calcul de ces grandissements va permettre de tracer les graphiques suivants qui donnent une idée des valeurs d'anisétropie en rapport avec une anisométrie quelconque corrigée par des verres de lunettes ou des lentilles de cornée, pour des amétropies variées d'origine différente : amétropie axile ou amétropie de puissance.

En cas d'amétropie axile, les valeurs c et d sont celles de l'oeil théorique : T_3 et T_4 ; pour l'amétropie de puissance $c = T_3 + R$, d varie entre 0,84 pour $R = -10$ et 0,96 pour $R = +10$, h ayant toujours la même valeur de 12 mm.

En portant en abscisse l'amétropie de -10 à $+10$ et en ordonnée, le pourcentage de la variation du rapport $\frac{G}{G_0}$ et $\frac{G'}{G_0}$, nous obtenons après calcul le graphique suivant. (Fig. 11).

Fig. 11



On voit en observant les pentes de ces courbes, la variation de grandeur correspondant à une anisométrie donnée suivant le type de correction (V par verre, L, par lentille).

On voit aussi dans quel cas la lentille est plus efficace que le verre de lunettes : pour une même anisométrie certaines aniséconies peuvent être réduites par des lentilles, d'autres pas. Toutefois, une amétropie n'est jamais purement axiale ou de courbure de sorte que la correction par lentille de cornée peut pratiquement toujours être utilisée.

Examinons le cas de l'aphaque monoculaire qui est un exemple type d'hyperopie de puissance.

L'oeil aphaque se réduit à la cornée. En reprenant les mêmes origines que précédemment, la matrice de transfert entre le sommet antérieur de la cornée et le point correspondant à la face postérieure du cristallin devient :

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & \delta \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_2 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & \delta_2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -D_1 & 1 \end{vmatrix}$$

δ désignant la distance réduite entre le sommet postérieur de la cornée et le point correspondant au pôle postérieur du cristallin,

$$\delta = 7,05 \cdot 10^{-3} : 1,3774 = 5,135 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

La puissance de cet oeil devient alors égale à $-c = 42,36 \text{ dt}$, d peut être calculé exactement : $d = 1,0244$.

Le remotum de cet oeil devrait être égal à 17,6 dt mais l'expérience montre qu'il ne dépasse pas 15 dt et atteint souvent une valeur inférieure, ceci du fait de l'intervention qui modifie les caractéristiques de l'oeil.

Comparons les images rétinienne de l'oeil aphaque, dont le remotum est par exemple à 14 dt, successivement corrigé par un verre puis par une lentille, et de l'oeil théorique non accommodé.

Le grandissement de l'oeil aphaque corrigé par un verre

$$\text{un verre est } G = \frac{1}{c(h-x) + 2d}$$

$$\text{avec une lentille, } G' = \frac{1}{-cx + 2d}$$

$$\text{avec } c = -42,36$$

$$d = 1,024$$

$$x = \frac{1}{R} = \frac{1}{14}$$

$$\text{celui de l'oeil emmétrlope } G_o = \frac{1}{-T_3 x + T_4}$$

$$\text{avec } T_3 = -59,94$$

$$T_4 = 0,905$$

Dans ce cas, les valeurs de G_o , G' , G deviennent égales à 0,193, 0,198 et 0,230.

Ainsi la lentille réduira l'anisétropie à 2,5 % alors que celle-ci atteint presque 20 % en cas de correction par verre, bien au-delà de la tolérance physiologique.

La correction par lentille de cornée s'avère donc indispensable chez l'aphaque qui en est très satisfait tant du point de vue esthétique que du point de vue tolérance, remarquable dans ce cas, du fait de l'hypoesthésie cornéenne secondaire à l'intervention. Enfin la proximité de la prothèse correctrice de la pupille d'entrée du système permet à la pseudo-accommodation par variation du diaphragme irien de garder sa valeur maximale.

5° - Exemples

Donnons quelques exemples de correction d'amétropie en calculant la puissance théorique de la lentille correctrice.

a) Premier exemple

Soit M. J. B. . .

OD : $(30', -2,00) - 13,00$; acuité $5/10^a$

OG : $(30', -2,50) - 6,00$; acuité $7/10^a$

Les deux astigmatismes étant voisins et peu importants peuvent être négligés dans le cas de la correction par lentille cornéenne.

La formule du remotum en fonction de la puissance correctrice d'un verre d'essai de puissance D placé à la distance h de la cornée :

$$R = \frac{D}{1 - Dh}$$

nous permet de calculer les remotums des deux yeux :

$$h = 12 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{Pour l'oeil droit} \quad R = - 11,25 \text{ dt}$$

$$\text{Pour l'oeil gauche} \quad R = - 5,60 \text{ dt}$$

Les rayons de courbure cornéens étant de même valeur et égaux à 8 mm ou $8,10^{-3} \text{ m}$, et ceux des lentilles à 8,5 mm, la puissance du ménisque lacrymal est égale à

$$0,336 \left(\frac{1}{8,5 \cdot 10^{-3}} - \frac{1}{8 \cdot 10^{-3}} \right) = - 2,50 \text{ dt}$$

et par suite la puissance des lentilles correctrices sera :

$$\text{Pour l'oeil droit} : - 8,75 \text{ dt}$$

$$\text{Pour l'oeil gauche} : - 3,10 \text{ dt}$$

C'est ce que confirme l'expérience :

$$\text{oeil droit} : - 9 \text{ dt}$$

$$\text{oeil gauche} : - 3,25 \text{ dt}$$

compte tenu de la surcorrection habituelle.

Cette surcorrection, d'une part, entraîne une amélioration de l'acuité visuelle par réduction des aberrations géométriques due à l'accommodation entraînant une diminution du diamètre pupillaire, et d'autre part corrige la myopie de la vision sco-

topique.

L'acuité passa de $5/10^\circ$ à $8/10^\circ$ pour l'O D et
de $7/10^\circ$ à $9/10^\circ$ pour l'O G.

b) Deuxième exemple

M. C. G...

O D : (0° , - 1,00) - 16,00, rayon r_c = 8,30 mm

O G : (0° , - 1,00) - 17,00, r_c = 8,25 mm

Les remotums sont respectivement égaux à - 13,6 dt et
- 14,25 dt.

Les rayons de courbure des lentilles étant 8,60 et 8,55 mm;
la puissance du ménisque lacrymal

$$\text{droit} : 0,336 \left(\frac{1}{0,0086} - \frac{1}{0,0083} \right) = - 2,4 \text{ dt}$$

$$\text{gauche} : 0,336 \left(\frac{1}{0,00855} - \frac{1}{0,00825} \right) = - 2,39 \text{ dt}$$

et par suite la puissance des lentilles correctrices sera pour :

l'oeil droit : - 11,20 dt

l'oeil gauche : - 11,85 dt

Le sujet porte en fait des lentilles de puissance - 12 dt pour
l'O D et - 12,25 pour l'O G., compte tenu de la surcorrection
habituelle.

L'acuité passa de $4/10^\circ$ à $7/10^\circ$ pour l'O D
 $1/10^\circ$ à $3/10^\circ$ pour l'O G

c) Troisième exemple

M. R. N...

O D (0° , - 1,00) - 9,00, rayon r_c = 7,6 mm

O G (0° , - 1,00) - 7,00, rayon r_c = 7,6 mm

Les remotums ont pour valeur - 8 et - 6,5

Les rayons de courbure des lentilles étant égaux à 8 mm, la puissance du ménisque lacrymal est égale à :

$$0,336 \left(\frac{1}{0,008} - \frac{1}{0,0076} \right) = -2,25 \text{ dt}$$

et par suite la puissance des lentilles correctrices sera pour :

l'oeil droit : - 6,75 dt

l'oeil gauche : - 4,75 dt

Le malade est en effet équipé par des lentilles de puissance - 7,25 dt et - 5,12 dt, avec une amélioration de $2/10^\circ$ de son acuité.

d) Quatrième exemple

M. J. C. S...

O D (0° , - 1,00) - 10,00, rayon = 7,45 mm

O G (0° , - 1,00) - 8,00, rayon = 7,40 mm

Nystagmus horizontal - Acuité $7/10^\circ$ et $6/10^\circ$

Après correction par lentilles, légère stabilisation du nystagmus et augmentation de 0,5 mm des rayons de courbure des cornées entraînant une diminution de la myopie.

La variation des rayons de courbure cornéens de 0,5 mm entraîne une baisse de myopie de :

$$\text{pour l'O D : } 0,3771 \left(\frac{1}{0,00795} - \frac{1}{0,00745} \right) = -3,125 \text{ dt}$$

$$\text{pour l'O G : } 0,3771 \left(\frac{1}{0,00790} - \frac{1}{0,00740} \right) = -3,25 \text{ dt}$$

0,3771 étant l'indice n' de la cornée.

L'expérience confirma la nouvelle amétropie calculée :

- 6,875 dt et - 4,75 dt et par suite les rémotums ont pour valeurs : - 6,25 et - 4,50.

De nouvelles lentilles furent nécessaires du fait de l'aplatissement cornéen. Leurs rayons étant respectivement égaux à

8,50 et 8,45 mm, la puissance du ménisque lacrymal devint pour :
pour :

$$\text{O.D.} : 0,336 \left(\frac{1}{0,00850} - \frac{1}{0,00795} \right) = - 3 \text{ dt}$$

$$\text{O.G.} : 0,336 \left(\frac{1}{0,00845} - \frac{1}{0,0079} \right) = - 3,12 \text{ dt}$$

La puissance des lentilles correctrices sera - 3,25 dt et - 1,37 dt. En fait les lentilles du sujet sont de - 3,25 dt et - 1,50 dt.

Par ailleurs l'acuité fut améliorée de 3/10° et le nystagmus pratiquement supprimé.

Ainsi, les lentilles de cornée permettent une nette amélioration de la correction des amétropies non pas tant chez les hypermétropes, hormis les aphaques, présentant une sensibilité plus vive de leur conjonctive palpébrale, mais qui cède généralement après une période d'adaptation minutieuse du spécialiste et du sujet, que chez les myopes où elles sont une indication majeure surtout dès que cette amétropie devient importante.

La correction D de l'amétropie R de même signe et toujours inférieure en valeur algébrique dans le cas de verres correcteurs, où la distance verre cornée est grande, devient dans ce cas, égale à l'amétropie.

Les lentilles créent, d'autre part, un ménisque lacrymal, qui tout en réduisant considérablement l'astigmatisme cornéen, régulier ou non, si fréquent chez les myopes et en particulier chez les sujets présentant des kératocônes, compense en totalité ou en partie la myopie du sujet du fait de sa divergence.

L'agrandissement de l'image rétinienne entraîne une amélioration du pouvoir séparateur et par suite de l'acuité visuelle, d'autant plus que la myopie est forte. Toutefois, ceci n'est un

avantage que si l'anisométrie est réduite ou nulle car l'oeil préfère deux images égales d'inégale netteté plutôt que deux images d'égale netteté mais d'inégale grandeur.

Enfin, l'expérience montre que les lentilles font régresser les nystagmus et stabilisent l'évolution de la myopie qu'elles diminuent même parfois en augmentant le rayon de courbure extérieur de la cornée, qui devient ainsi moins convergente, par un massage régulier et progressif sans qu'apparaissent des lésions de l'épithélium cornéen aux examens répétés au biomicroscope, le cas le plus spectaculaire étant celui des sujets présentant un kératocône et dont l'acuité arrive à redevenir quasi-normale grâce aux lentilles de cornée.

°
° °

CONCLUSION

Le calcul matriciel présente ainsi, dans le cadre de l'approximation de Gauss où les grandeurs définissant l'espace image sont des fonctions linéaires de celles de l'espace objet, une méthode élégante et sûre pour trouver les caractéristiques d'un instrument d'optique.

Permettant de retrouver aisément les notions classiques de l'optique géométrique, ce mode de calcul devient très utile lors de l'étude de la dioptrique oculaire et de la correction des amétropies sphériques ou non et indispensable pour un système formé de dioptries astigmatiques dont les méridiens sont croisés, cas de l'oeil présentant un astigmatisme complexe différent pour la cornée et le cristallin.



Vu, le Président de Thèse :
Professeur L. GOUGEROT

Vu, le Doyen de la Faculté :
Professeur L. BINET

Vu et Permis d'imprimer
le Recteur de l'Académie de Paris

J. ROCHE.

BIBLIOGRAPHIE

- Y. LE GRAND Optique physiologique
Tome I - La dioptrique de l'oeil et sa
correction.
(Ed. Rev. Opt. - Paris 1952)
- A. MARECHAL Utilisation du calcul matriciel en optique
paraxiale.
(Rev. Opt. t. 35 - 1956)
- R. BLAQUIERE Calcul matriciel - Application à la phy-
sique.
(Ed. Hachette - Paris 1960)
- C. BOURDY Grandeur relative des images rétiniennes
et vision binoculaire de l'espace.
(Rev. Opt. t. 39 - 1960).
- Calcul matriciel et optique paraxiale
(Rev. Opt. t. 41 - 1962)
- S. DELTHIL L'aniséiconie
(Ann. thérapeutique en Opht. - 1954)



AGEMP
POLYCOPIE

8, rue Dante
PARIS-Ve

Telephone : ODÉon 58.90